ԲԱԺԻՆ 10. ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿ ՌԵՍՈՒՐՍՆԵՐԻ ԱՐԴՅՈՒՆԱՎԵՏ ՕԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄ

Բաժնի բովանդակությունը

⇒ Սահմանափակ ռեսուրսի հասկացությունը,

⇒ Որոշումների կայացման չափանիշը,

⇒ Գծային ծրագրման խնդրի ձևակերպումը,

⇒ Գծային ծրագրման խնդրի լուծումը գծանկարի միջոցով,

⇒ Գործնական օրինակներ:

ՄՈՒՏՔ

Բնական է ենթադրել, որ գործարարը իր առջև դնում է հետևյալ խնդիրը՝ առավելագույնը խնայել օգտագործվող ռեսուրսները և մաքսիմացնել սպասվելիք շահույթը: Հետևաբար, նա իր գործունեության ընթացքում պետք է հաշվի առնի միայն այն ծախսերը և եկամուտները, որոնք ազդում են իր նպատակի վրա՝ հասնել առավելագույն շահույթի:

Եթե գործարարը արտադրության համար մի քանի արտադրատեսակներից պետք է թողարկի միայն մեկը, ապա բնական է, որ կընտրվի այն արտադրանքը, որն օգտագործվող մեկ միավոր ռեսուրսի նկատմամբ կապահովի առավելագույն շահույթ: Իսկ ինչպե՞ս կվարվի գործարարը տեսականու բազմազանության դեպքում:

Դիտարկենք ռեսուրսների բաշխման խնդրի օրինակներ:

1. ՌԵՍՈՒՐՍՆԵՐԻ ԲԱՇԽՄԱՆ ԽՆԴԻՐ

Օրինակ 1: «Լիություն» ՍՊԸ-ն թողարկում է երկու տեսակ արտադրանք A և B: Անհրաժեշտ տեղեկատվությունը բերված է աղյուսակ 1-ում:

Աղյուսակ 1

Օգտագործվող մեքենա/ժամ	10	8
Հումքի ուղղակի ծախսեր՝ 200 պմ մեկ միավորի համար (կգ)	2000 (10 կգ)	1400 (7 կգ)
Աշխատավարձ՝ 300 պմ մեկ ժամվա համար	2400 (8 ժամ)	1800 (6 ժամ)
Փոփոխուն վերադիր ծախս /պմ/	100	200
Մեկ միավոր արտադրանքի վրա կատարվող փոփոխուն ծախս /պմ/	500	400
Վաճառքի գին /պմ/	8000	7600
Շահույթ /պմ/	3000	4000

Հայտնի է, որ A և B արտադրանքի պահանջարկը շուկայում չի գերազանցում համապատասխանաբար 1000 և 1500 միավորների: Աշխատաժամերի և մեքենաժամերի ժամաքանակը սահմանափակված է համապատասխանաբար 30000 ժամ և 10000 ժամ:

Պահանջվում է որոշել արտադրության այն ծավալը (A-ի և B-ի համար), որը առավելագույնի է հասցնում շահույթը:

Լուծում:

Սահմանափակող հանգամանքը աշխատաժամերի և մեքենաժամերի ժա-

մաքանակն է: Ստորև աղյուսակ 2-ում միաբերված են անհրաժեշտ տվյալներ

աշխատաժամերի և մեքենաժամերի սղության վերլուծության համար:

Աղյուսակ 2

Արտադրանք	Առավելագույն արտադրանք	Ընդ. անհրաժեշտ մեքենաժամ	Ընդ. անհրաժեշտ աշխատաժամ
A	1000	10000	8000
B	1500	12000	9000
Ընդամենը		22000	17000

Ընդհանուր անհրաժեշտ մեքենաժամերի քանակը 22000< 30000-ից, իսկ անհրաժեշտ աշխատաժամերի քանակը 17000>10000-ից, հետևաբար աշխատաժամերը սահմանափակող ռեսուրս է, որովհետև ընկերությունը կարող է վարձել ընդհամենը 10000 աշխատաժամ:

Տեսնենք թե ինչպիսին է մեկ աշխատաժամի օգտակարությունը A և B արտադրանքի համար՝

A արտադրանքի համար կլինի՝ 3000/8 = 375 (պմ/ժամ),

B արտադրանքի համար կլինի՝ 4000/6 = 666,7(պմ/ժամ):

Այսպիսով, գալիս ենք հետևյալ եզրահանգման՝ սկզբից արտադրել միայն B տեսակ արտադրանք և օգտագործել առավելագույնը՝ $1500\times6 = 9000$ աշխատաժամ, մնացած՝ $10000 - 9000 = 1000$ աշխատաժամը տրամադրել A արտադրանք թողարկելուն:

<u>Եզրակացություն 1</u>. *Մարժինալ շահույթը կլինի առավելագույն այն դեպքում, երբ թողարկվում է այն արտադրանքը, որը տալիս է առավելագույն մարժինալ շահույթ մեկ միավոր սահմանափակ ռեսուրսի նկատմամբ:*

Գործնականում, երբ սահմանափակող ռեսուրսների քանակը մեկից ավելի է օգտվում են գծային ծրագրման եղանակից:

Սահմանում 1: *Գծային ծրագրումը թվային հաշվարկային եղանակ է, որը հնարավորություն է տալիս լավագույնս օգտագործել սահմանափակ քանակությամբ առկա ռեսուրսները:*

Որպեսզի ձևակերպենք գծային ծրագրման խնդիրն (ԳԾԽ) անհրաժեշտ է՝

1. Ներմուծել խնդրի բովանդակությանը համապատասխանող **<u>փոփոխա-</u>**

կաններ:

2. Ձևակերպել խնդրի **նպատակը** և ձևակերպել այդ նպատակն արտահայտող **գծային ֆունկցիան**, որի **առավելագույն** կամ **նվազագույն** արժեքը պետք է որոշվի խնդրի լուծման արդյունքում:

3. Կազմել **գծային հավասարումների** և (կամ) **անհավասարումների համակարգը**, որը ցույց է տալիս ներմուծված փոփոխականների միջև եղած **արտադրատեղանակների կապերը**:

4. Նշել փոփոխականների **նշանների** վրա դրված սահմանափակումները, սովորաբար մեծ կամ հավասար զրոյից:

Գծային հավասարումների և (կամ) անհավասարումների համակարգի միջոցով նկարագրվում է **թույլատրելի լուծումների բազմությունը**: Այդ համակարգը կոչվում է նաև ԳԾԽ-ի **թույլատրելի լուծումների սահմանափակումների համակարգ**:

Երբ փոփոխականների թիվը հավասար է 2-ի, ապա ԳԾԽ-ը կարելի է լուծել գծագրորեն: Դրա համար կատարում են հետևյալ քայլերը.

Քայլ 1. Կառուցում են սահմանափակումների համակարգին պատկանող բոլոր անհավասարումների (հավասարումների) գծապատկերները: Արդյունքում ստանում են թույլատրելի լուծումների բազմության գծապատկերը:

Քայլ 2.Կառուցում են նպատակային ֆունկցիայի գործակիցներից կազմված վեկտոր գրադիենտը, որը ցույց է տալիս նպատակային ֆունկցիայի աճման ուղղությունը:

Քայլ 3. Սկզբնակետով՝ O = (0,0) կետով տանում են գրադիենտին ուղղահայաց գիծ: Դա նպատակային ֆունկցիայի այն մակարդակային[(1)] գիծն է, որի վրա նրա արժեքը հավասար է զրոյի:

Քայլ 4. Մաքսիմացման (մինիմացման) խնդրի դեպքում մակարդակային գիծը գրադիենտի ուղղությամբ (հակառակ ուղղությամբ) տեղափոխում են իրեն զուգահեռ (ուղղահայաց գրադիենտին) մինչև հասնում են թույլատրելի լուծումների բազմության եզրային կետին (որպես կանոն բազմանկյան գագաթին), որտեղ նպատակային ֆունկցիան ընդունում է իր առավելագույն (նվազագույն) արժեքը:

Քայլ 5. Մաքսիմացման (մինիմացման) խնդրի համար ստացված բազմանկյան գագաթը հանդիսանում է ԳԾԽ-ի լավագույն լուծումը և նպատակային ֆունկցիան ընդունում է իր առավելագույն (նվազագույն) արժեքը:

Օրինակ 2: Ձեռնարկությունը թողարկում է Ա և Բ տեսակ արտադրանք: Ա արտադրանքի իրացման ծավալը կազմում է Բ արտադրանքի իրացման ծավալի

[(1)] Հիշեցնենք, որ որևէ ֆունկցիայի մակարդակային գիծը կետերի այն բազմությունն է, որտեղ ֆունկցիան ընդունում է սևեռած հաստատուն արժեք:

30%-ից ոչ պակաս: Արտադրությունը կազմակերպելու համար պահանջվող հումքի մեկ շաբաթվա պաշարը կազմում է 20000 պմ:

Հայտնի է, որ Ա արտադրանքի մեկ միավորի համար հումքի ծախսը կազմում է 400 պմ, իսկ Բ արտադրանքինը՝ 500 պմ: Ա և Բ արտադրանքի վաճառքի գները համապատասխանաբար հավասար են 500 և 700 պմ:

Ինչքա՞ն պետք է արտադրել Ա և Բ տեսակի արտադրանք, որպեսզի ձեռնարկությունը մեկ շաբաթվա ընթացքում ստանա առավելագույն հասույթ:

Լուծում:

Քայլ 1: Ներմուծենք x և y փոփոխականները՝

x-ը՝ Ա տեսակ արտադրանքի անհայտ ծավալն է,

y-ը՝ Բ տեսակի արտադրանքի անհայտ ծավալն է:

Քայլ 2: Նկարագրենք սահմանափակումների համակարգը, որով որոշվում է խնդրի թույլատրելի լուծումների բազմությունը:

1. Ա արտադրանքից պետք է թողարկել ոչ պակաս քան Բ -ի 30%՝

$x \ge 0{,}3y$ կամ $x- 0{,}3y \ge 0$:

2. Ա և Բ արտադրանք թողարկելու համար հումքի ծախսի սահմանափակումն է՝

$400x+500y \le 20000$:

3. Ա և Բ տեսակների արտադրանք թողարկում են, կամ չեն թողարկում՝

$x\ge 0,\ y\ge 0$:

Քայլ 3: Խնդրի նպատակային ֆունկցիան հասույթի մաքսիմացումն է՝

$Z(x,y) = 500x + 700y \to \max$:

Քայլ 4: Կառուցենք թույլատրելի լուծումների բազմությունը:

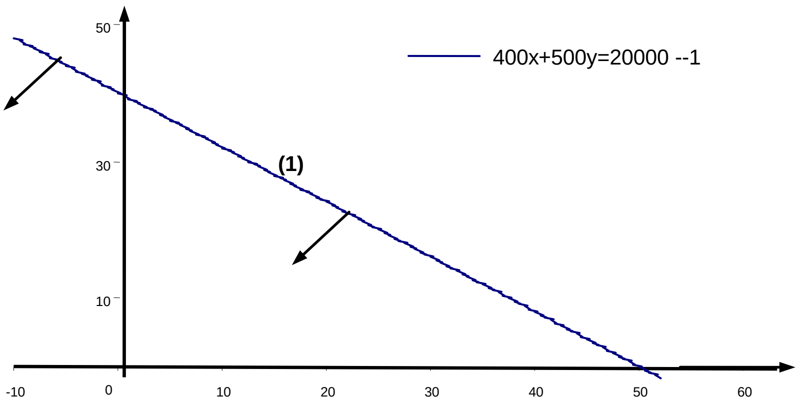
Թույլատրելի լուծումների բազմությունը որոշվում է հետևյալ անհավասարումների համակարգի լուծումների բազմությամբ՝

$$\begin{cases} 400x + 500y \le 20000 \\ x - 0.3y \ge 0 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 : \end{cases}$$

Կառուցենք 400x+ 500y ≤ 20000 անհավասարման գծապատկերը: Դրա համար կազմում ենք հետևյալ հավասարումը՝ 400x+ 500y = 20000:

Գտնում ենք երկու կետ կոորդինատային xOy հարթության վրա, որոնք բավարարում են 400x+ 500y = 20000 հավասարմանը և միացնում ենք այդ կետերը ուղիղ գծով, որը բաժանում է xOy հարթությունը երկու կիսահարթության:

Առաջին կետը գտնելու համար վերցնելով x= 0 ստանում ենք՝ 500y = 20000-ի, որտեղից՝ y= 20000/500 = 40: Այսպիսով ստանում ենք 400x+ 500y = 20000 ուղղի վրա գտնվող (0,40) կետը: Հայտնի է, որ ցանկացած ուղիղ գիծ որոշվում է իրեն պատկանող երկու կետով: Երկրորդ կետը գտնելու համար վերցնենք y= 0, այդ դեպքում 400x+ 500y=20000 հավասարումից հետևում է, որ 400x=20000-ի, հետևաբար x=50-ի և ստանում ենք (50,0) կոորդինատներով 400x+ 500y = 20000 հավասարմանը բավարարող ուղիղ գծին պատկանող երկրորդ կետը: Այժմ կառուցենք երկու կետով՝ (0,40) և (50,0) անցնող ուղիղ գծի՝ 400x+ 600y = 20000 գծապատկերը (տե՛ս գծ.1):



Գծ.1

և տեղադրելով (0,0) կետի կոորդինատները 400x+ 500y ≤ 20000 անհավասարման մեջ ստուգենք՝ 0+0 < 20000-ից անհավասարության ճշտությունը. պատասխանը դրական է: Գծապատկերի վրա սլաքներով ցույց է տված այն կիսահարթությունը, որի կետերը բավարարում են 400x+ 500y ≤ 20000 անհավասարմանը:

Նույն կերպ կարելի է վարվել x - 0,3y ≤ 0 անհավասարման գծապատկերը կառուցելու համար: Դրա համար անհավասարումը ձևափոխում են հավասարման: Արդյունքում ստանում են ուղիղ գծի հավասարումը՝ x-0,3y = 0: Ինչպես գիտենք ուղիղ գիծը որոշվում է ուղղին պատկանող երկու կետով:

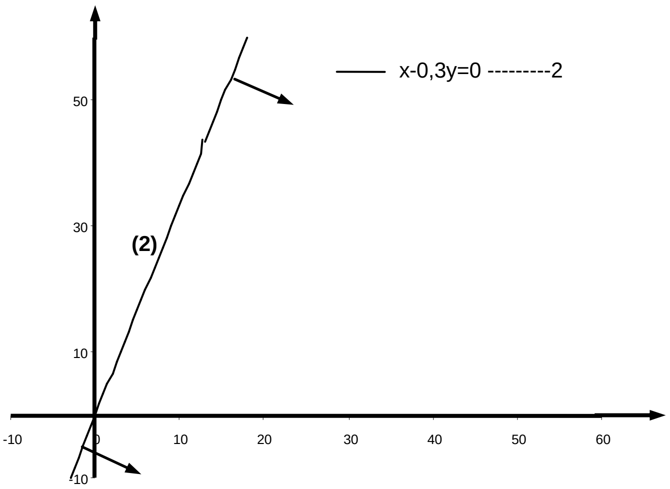
Վերը նկարագրված եղանակով կոորդինատային xOy հարթության վրա գտնում են երկու կետ և միացնում ուղիղ գծով (տե՛ս գծ.2): Տեղադրենք xOy հարթության որևէ կետի (ուղիղ գծին չպատկանող) կոորդինատները, օրինակ, (10, 0) կետի կոորդինատները անհավասարման մեջ, որպեսզի ստուգենք վերջինիս ճիշտ լինելը

$x - 0,3y \geq 0$? $\Rightarrow$ $10 - 0.3 \times 0 \geq 0$:

Պատասխանը դրական է. 2-րդ գծապատկերի վրա սլաքներով ցույց է տված այն կիսահարթությունը, որի կետերը բավարարում են x - 0.3y ≥ 0 պայմանին:

Հաշվի առնելով, որ x ≥ 0 և y ≥ 0 ստանում ենք դիտարկվող խնդրի թույլատրելի լուծումների **S** բազմությունը (տե՛ս գծ. 3):

Այժմ գտնենք այն (x*,y*) կետը, որը մաքսիմացնում է մեր խնդրի նպատակային ֆունկցիան՝ $Z(x^*,y^*) = 500x^* + 700y^* = \max Z(x,y), \forall(x,y) \in \mathbf{S}$:



Գծ.2

Դա հնարավոր է կատարել երեք եղանակներով (տե՛ս գծ.4):

<u>**Առաջին եղանակ.**</u>

Սկզբում գտնենք S բազմանկյան բոլոր գագաթների կոորդինատները (տե՛ս գծ. 3), ապա հաշվենք նպատակային ֆունկցիայի արժեքները այդ գագաթներում և վերցնենք այն գագաթը, որի վրա նպատակային ֆունկցիան ընդունում է իր առավելագույն արժեքը:

Այսպիսով պետք է գտնենք O, A, B գագաթների կոորդինատները: O գագաթի կոորդինատներն են (0,0) և Z(O)=Z(0,0)= 0: B գագաթի կոորդինատն է (50,0) և Z(B) = Z(50,0) = 25000: Վերջապես, որպեսզի գտնենք A կետի կոորդինատները, պետք է լուծենք հետևյալ հավասարումների համակարգը՝

$$\begin{cases} x - 0.3y = 0 \\ 400x + 500y = 20000 \end{cases} \qquad (1)$$

x= 0.3y արտահայտությունը տեղադրելով (1) համակարգի 2-րդ հավասարման մեջ x փոփոխականի փոխարեն կստանանք՝

$$\begin{aligned} &400 \cdot 0.3y + 500y = 20000 \\ &120y + 500y = 20000 \\ &620y = 20000 \\ &y = 20000/620 = 32.258 \approx 32.3, \end{aligned}$$

հետևաբար $x = 0.3 \cdot y = 0.3 \cdot 32.3 = 9.7$ (տ):

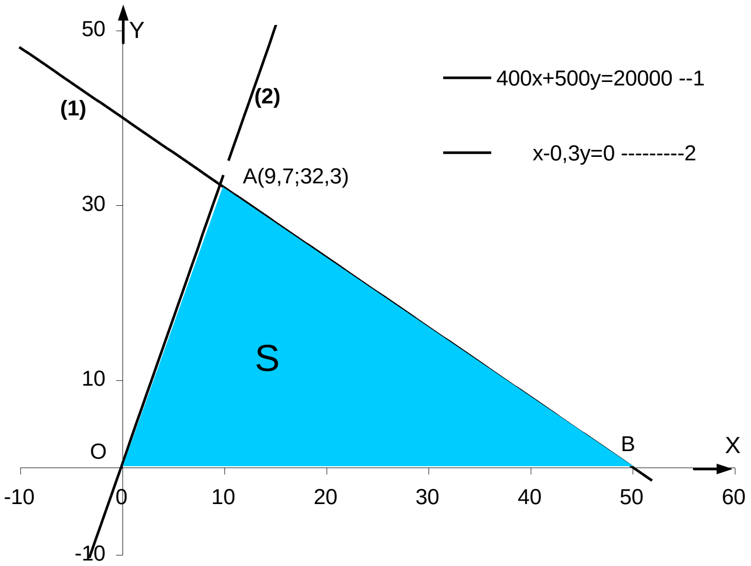
Այժմ կարող ենք հաշվել նպատակային ֆունկցիայի արժեքը A կետում՝

Z (A) = Z (9.7, 32.3) = 500· 9.7+ 700·32.3 = 4850+ 22610 = 27460 (պմ):

Ստացանք նպատակային ֆունկցիայի առավելագույն արժեքը:

<u>Պատասխան.</u>

Ա արտադրանքից թողարկել 9.7 տ, Բ արտադրանքից թողարկել 32.3 տ, Ձեռնարկության առավելագույն հասույթն է՝ 27460 պմ:



Գծ.3

<u>**Երկրորդ եղանակ**</u>.

Կառուցենք նպատակային ֆունկցիայի մակարդակային գծերը (տե՛ս գծ. 4):

Մակարդակային գծեր կառուցելու համար նպատակային ֆունկցիային տալիս ենք որոշակի արժեքներ, օրինակ՝ Z = 0, Z = 14000 և Z = 27460 և կառուցում ենք՝

500x+700y=0,

500x+700y=14000,

500x+700y=27460

ուղիղ գծերի գծապատկերները (տե՛ս գծ. 4): 4-րդ գծանկարից երևում է, որ A= (9.7, 32.3) կոորդինատներ ունեցող գագաթով անցնող մակարդակային գծի վրա նպատակային ֆունկցիան ընդունում է իր առավելագույն արժեքը:

<u>**Երրորդ եղանակ.**</u>

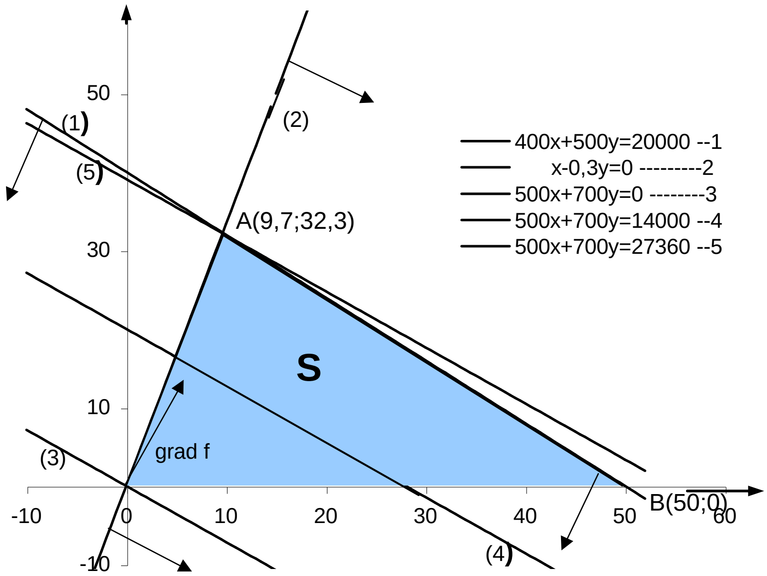
Այս եղանակի կիրառման համար կառուցում են նպատակային ֆունկցիայի այսպես կոչված վեկտոր գրադիենտը, որի բաղադրիչներն են նպատակային ֆունկցիայի x և y փոփոխականների գործակիցները՝ gradZ = (500,700):

Հայտնի է, որ gradZ = (500,700) կոորդինատներով վեկտորի ուղղությունը նույնն է ինչ (50,70) կոորդինատներով վեկտորի ուղղությունը:

4-րդ գծանկարում կառուցված է (50,70) կոորդինատներով վեկտորը:

Հայտնի է նաև, որ Z գծային ֆունկցիայի գրադիենտը (gradZ-ը) ուղղահայաց է այդ նույն ֆունկցիայի ցանկացած մակարդակային գծին, մասնավորապես սկզբնակետով անցնող հետևյալ մակարդակային գծին՝

Z = 500x+ 700y= 0:



Գծ.4

Z = 0 մակարդակային գիծն ուղղահայաց է gradZ= (50,70) վեկտորին և անցնում է xOy հարթության սկզբնակետով (տե՛ս գծ.4):

Z= 500x+700y= 0 մակարդակային գիծը շարժելով նպատակային ֆունկցիայի վեկտոր գրադիենտի ուղղությամբ նկատում ենք, որ այդ ուղղությամբ շարժվելիս նպատակային ֆունկցիայի արժեքներն աճում են: Արդյունքում ստանում ենք դիտարկվող ԳԾԽ-ի մեզ արդեն հայտնի լավագույն լուծումը:

Օրինակ 3: Ընկերությունը արտադրում է երկու տեսակ արտադրանք՝ օգտագործելով A, B և C տեսակի հումք: Դրանց պաշարը, մեկ միավոր արտադրանքի համար օգտագործվող հումքի քանակը, վաճառքի գները և փոփոխուն ծախսերը բերված են 3-րդ և 4-րդ աղյուսակներում: Պահանջվում է գտնել I և II տեսակ արտադրանքի թողարկման այն ծավալը, որը մաքսիմացնում է ընկերության շահույթը:

Աղյուսակ 3

	Հումք (կգ)		
Արտադրանք	A	B	C
I	2	1	1.5
II	3	3	1
Պաշար	48	36	30

Աղյուսակ 4

Արտադրանք	Վաճառքի գին /պմ մեկ միավոր /	Փոփոխուն ծախս /պմ մեկ միավոր /
I	4	2
II	7	4

ԳԾԽ-ի մաթեմատիկական մոդելը հետևյալն է՝

$2x + 3y \to \max$

$2x + 3y \le 48,$

$x + 3y \le 36,$

$1.5x + y \le 30,$

$x \ge 0,\ y \ge 0:$

Լուծում:

Կառուցենք $2x + 3y \le 48$ անհավասարման գծապատկերը: Դրա համար գրենք համապատասխան հավասարումը՝

$2x + 3y = 48:$

Այժմ պետք է գտնենք երկու կետ կոորդինատային xOy հարթության վրա, որոնք բավարարեն $2x + 3y = 48$ հավասարմանը և միացնենք այդ կետերը ուղիղ գծով: Վերցնելով $x= 0$ կստանանք՝ $3y = 48$-ի, հետևաբար $y=16$: Ստացանք $2x+ 3y = 48$ ուղղի վրա գտնվող (0,16) կետը:

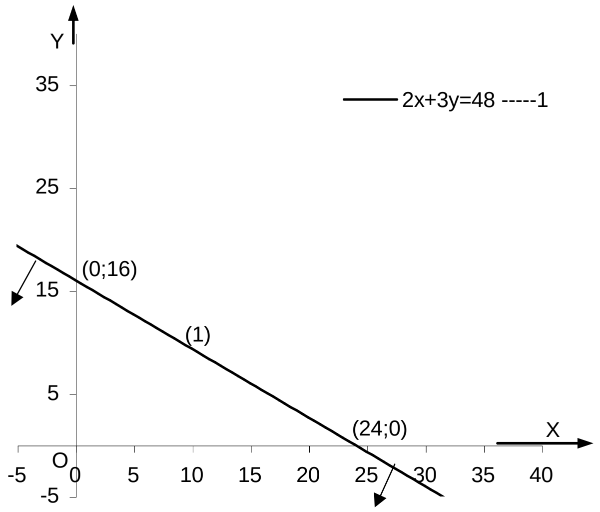
Երկրորդ կետը գտնելու համար վերցնենք $y = 0$, այդ դեպքում $2x+ 3y = 48$ հավասարումից հետևում է, որ $2x= 48$-ի, $x= 24$-ի և ստանում ենք (24,0) կոորդինատներով մեր ուղիղ գծին պատկանող երկրորդ կետը:

Այժմ կառուցենք (0,16) և (24,0) կետերով անցնող ուղիղ գիծը (տե՛ս գծ.5) և տեղադրելով (0,0) կետի կոորդինատները $2x+ 3y\le 48$ անհավասարման մեջ ստուգենք $0+ 0< 48$-ից անհավասարության ճշտությունը՝ պատասխանը դրական է: Գծապատկերի վրա սլաքներով ցույց է տված այն կիսահարթությունը, որի կետերը բավարարում են $2x+ 3y\le 48$ անհավասարմանը (տե՛ս գծ. 5):

Նույն կերպ կարելի է վարվել $x + 3y \le 36$ անհավասարման գծապատկերը կառուցելու համար: Վերը նկարագրված եղանակով գտնում ենք երկու կետեր՝ (0,12) և (36,0): Կոորդինատային xOy հարթության վրա նշում ենք այդ կետերը և միացնում ուղիղ գծով (տե՛ս գծ. 6):

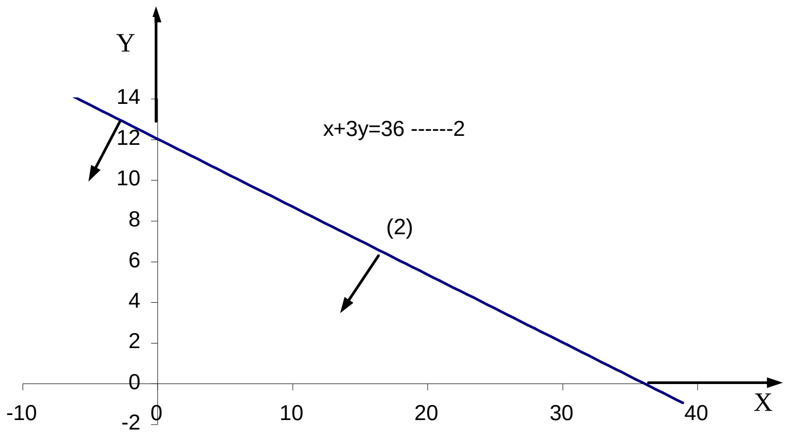
Տեղադրենք որևէ, օրինակ՝ (0,1) կետի կոորդինատները $x + 3y \le 36$ անհավասարման մեջ, որպեսզի ստուգենք վերջինիս ճշմարտությունը

$x + 3y \le 36 \to\ 0 + 3\times1 = 3 \le 36:$



Գծ.5

Պատասխանը դրական է և 6-րդ գծապատկերի վրա սլաքներով ցույց է տված այն կիսահարթությունը, որի կետերը բավարարում են x+ 3y ≤ 36 պայմանին:



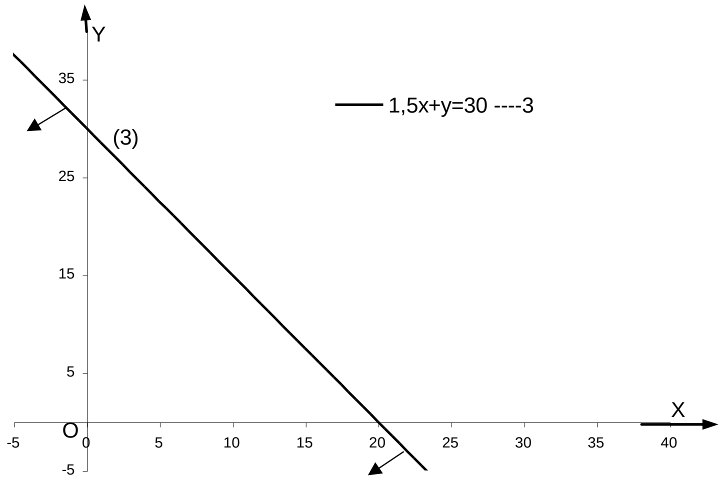
Գծ.6

Այժմ կառուցենք 1.5x+ y ≤ 30 անհավասարման գծապատկերը: Կազմում ենք համապատասխան հավասարումը՝ 1.5x+ y = 30 և վերը նկարագրված եղանակով գտնում ենք երկու կետեր՝ (0,30) և (20,0), որոնք բավարարում են՝ 1.5x+ y = 30-ի հավասարման: xOy հարթության վրա կառուցում ենք 1.5x + y = 30 գծային ֆունկ-ցիային համապատասխանող ուղիղ գիծը (տե՛ս գծ.7):

Տեղադրենք որևէ, օրինակ՝ (1,1) կետի կոորդինատները 1.5x + y ≤ 30, անհա-վասարման մեջ, որպեսզի ստուգենք անհավասարման ճշմարտությունը

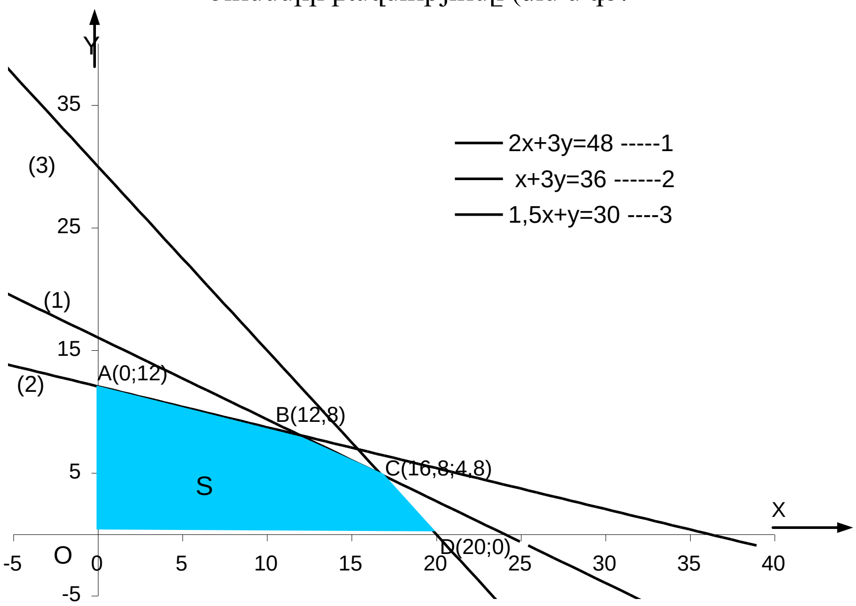
1.5x + y ≤ 30 →1.5×1 + 1 ≤ 30:

Պատասխանը դրական է և 7-րդ գծանկարի վրա սլաքներով ցույց է տրված այն կիսահարթությունը, որի կետերը բավարարում են 1.5x+ y ≤ 30 պայմանին:



Գծ7.

Միաբերելով գծապատկերները ստանում ենք մեր խնդրի թույլատրելի լուծումների բազմությունը (տե՛ս գծ.

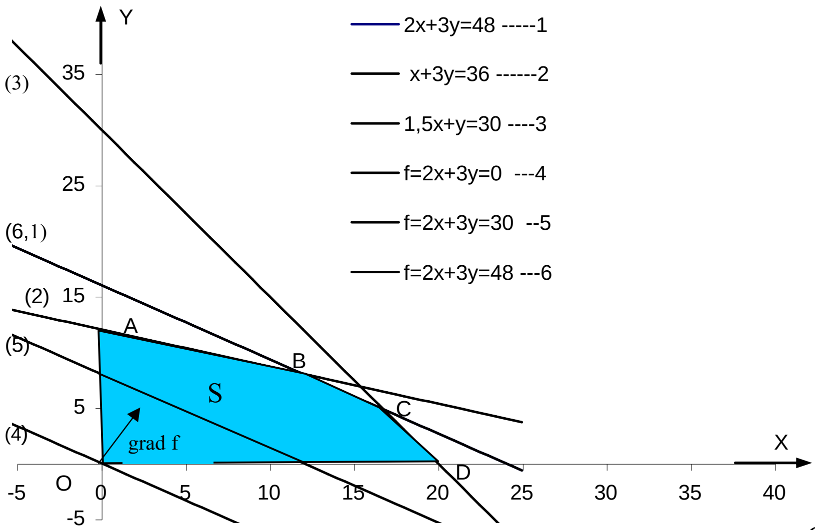


8) *Գծ. 8*

Վերջապես կառուցենք նպատակային` f=2x+3y ֆունկցիայի մակարդակային գծերը

f=2x+ 3y=0, f=2x+ 3y= 30, f=2x+ 3y=48

և (2,3) վեկտոր գրադիենտը (տե՛ս գծ. 9):



Գծ.9

Գծանկարից երևում է, որ BC հատվածի բոլոր կետերը հանդիսանում են մեր խնդրի համար լավագույն լուծումներ, որովհետև BC հատվածի կետերը գտնվում են f =2x + 3y= 48 նպատակային ֆունկցիայի մակարդակային գծի վրա, հետևաբար դիտարկվող խնդրի նպատակային ֆունկցիայի առավելագույն արժեքը հավասար է 48 պմ: Որպեսզի գտնենք որևէ լավագույն լուծում անհրաժեշտ է հաշվել BC հատվածին պատկանող որևէ կետի x և y կոորդինատները:

Օրինակ, C կետի կոորդինատները գտնելու համար լուծենք հետևյալ հավասարումների համակարգը՝

$$\begin{cases} 2x + 3y = 48 \\ 1.5x + y = 30 \end{cases}:$$

Երկրորդ հավասարումը բազմապատկենք 3-ով և ստացված արդյունքից հանենք առաջին հավասարումը կստանանք x-ի արժեքը՝ 2.5x = 42,x=16.8 (կգ), հետևաբար y = 30-1.5x, y=30 -1.5×16.8 = 4.8 (կգ):

Պատասխան. I արտադրանքից պետք է թողարկել 16.8 կգ, իսկ II-ից՝ 4.8 կգ: Առավելագույն շահույթը կլինի 48 պմ:

Օրինակ 4: «Սյունիք» բաժնետիրական ընկերությունը արտադրում է քաղցրավենիքի երկու տեսականի I և II, օգտագործելով նույնատիպ սարքավորումներ, երեք տեսակի հումք, ինչպես նաև բարձրորակ ու ցածրորակ աշխատանք, որը լիմիտավորված չէ: Մեկ միավոր I և II տեսակի քաղցրավենիքի համար արտադրական ծախսերը և վաճառքի գները բերված են աղյուսակ 5-ում:

Հայտնի է նաև, որ 1մ առաջին տեսակի արտադրանք թողարկելու համար անհրաժեշտ է օգտագործել 0.3 առաջին տեսակի, 0.2 մ երկրորդ տեսակի՝ 1 մ երրորդ տեսակի հումք, իսկ II տեսակի 1 պմ արտադրանք թողարկելու համար համապատասխանաբար՝ 1, 0.8 և 0.5 մ հումք:

Աղյուսակ 5

Վաչառքի գինը և արտադրական ծախսերը	Քաղցրավենիք / 1պմ /	
	I տեսակ	II տեսակ
1. Վաճառքի գին	470	530
2.Արտադրական ծախսեր (միավոր/պմ)		
ա) հումք I տեսակի (1պմ)	30	90
բ) հումք II տեսակի (1պմ)	70	80
գ) հումք III տեսակի (1պմ)	20	30
դ) սարքավորում (ժամ)	50	40
ե) բարձր որակի աշխատանք (ժամ)	100	120
է) միջին որակի աշխատանք (ժամ)	80	50
ծ) այլ ծախսեր	50	30
Շահույթ	70	90

Ձեռնարկության շուկայի հետազոտման բաժնի տվյալներով բնակչության օրական պահանջարկը II տեսակի քաղցրավենիքի նկատմամբ ոչ պակաս քան 10 մ է:

Ձեռնարկությունը արտադրական պայմաններից ելնելով պետք է 2-րդ տեսակի հումք օգտագործի ոչ ավելի քան 40 պմ, իսկ 1-ին տեսակի հումք ոչ պակաս քան 30 պմ և 3-րդ տեսակի հումք ոչ պակաս քան 50 պմ:

Ո՞ր տեսակի և ինչքա՞ն քաղցրավենիք պետք է արտադրի ձեռնարկությունը, որպեսզի ապահովի առավելագույն շահույթ:

Լուծում:

Նշանակենք x և y փոփոխականներով համապատասխանաբար I և II տեսակի քաղցրավենիքի արտադրության անհայտ ծավալները:

Գրենք թույլատրելի լուծումների S բազմությունը նկարագրող սահմանափակումների՝ գծային անհավասարումների համակարգը:

Առաջին տեսակի ռեսուրսի վերաբերյալ գծային անհավասարումն է՝

$$0.3x + 1\cdot y \geq 30:$$

Երկրորդ տեսակի ռեսուրսի վերաբերյալ գծային անհավասարումն է՝

$$0.2x + 0.8y \leq 40:$$

Երրորդ տեսակի ռեսուրսի վերաբերյալ գծային անհավասարումն է՝

$$1\cdot x + 0.5\cdot y \geq 50:$$

Քաղցրեղենի պահանջարկի սահմանափակումներն են՝ $x \geq 0$, $y \geq 10$:

Նպատակային ֆունկցիայի գործակիցները գտնելու համար անհրաժեշտ է վաճառքի գնից հանել համապատասխան փոփոխուն ծախսերը: Կստանանք մեկ միավոր արտադրանքից սպասվելիք համապատասխանաբար 70 և 90 պմ շահույթ: Աղյուսակի վերջին տողում բերված են I և II տեսակ արտադրանքի մեկ միավորի (1կգ) վաճառքից ակնկալվող շահույթը:

Նպատակային՝ R(x,y) ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$R(x,y) = 70\cdot x + 90y$

այստեղ ինչպես հիշում ենք x և y-ը I և II տեսակի արտադրանքի ծավալներն են:

Ձևակերպենք գծային ծրագրման խնդրի մաթեմատիկական մոդելը:

Գտնել

$R(x,y) = 70\cdot x + 90y$

ֆուկցիայի առավելագույն արժեքը, պայմանով, որ x և y փոփոխականները պետք է բավարարեն հետևյալ սահմանափակումներին.

$0.3x + 1\cdot y \geq 30$:

$0.2x+ 0.8y\leq 40$:

$1\cdot x+ 0.5\cdot y \geq 50$:

$x \geq 0$, $y \geq 10$:

Կառուցենք խնդրի թույլատրելի լուծումների բազմությունը՝ S-ը:

Առաջին անհավասարումը դարձնում ենք հավասարում՝

$0.3x + 1y \geq 30 \rightarrow 0.3x+1\cdot y=30$:

Ինչպես գիտենք այդ հավասարման գծապատկերը ուղիղ գիծ է, որն անցնում է (0,30) և (100,0) կետերով: Կոորդինատային xOy հարթության վրա կառուցենք (0,30) և (100,0) կետերը միացնող ուղիղ գիծը, որը բաժանում է ամբողջ հարթությունը երկու կիսահարթության: Որպեսզի գտնենք, թե որ կիսահարթության կետերն են բավարարում $0.3x + 1y \geq 30$անհավասարմանը, պետք է տեղադրել x-ի և y-ի փոխարեն xOy հարթության որևէ կետի կոորդինատները, բայց այնպիսի կետի, որը չի գտնվում այդ ուղիղ գծի վրա: Օրինակ, (0,0) կետի կոորդինատները: Ստանում ենք $0.3 \cdot 0+1\cdot 0 \geq 30$, $0 \geq 30$:

(0,0) կետի կոորդինատները չեն բավարարում անհավասարությանը, հետևաբար բոլոր այն կետերը, որոնք պատկանում են մյուս կիսահարթությանը հանդիսանում են դիտարկվող անհավասարման լուծումներ:

$$0.3x + 1\cdot y \geq 30:$$

Երկրորդ տեսակ ռեսուրսի վերաբերյալ գծային սահմանափակումն է՝

$$0.2x+ 0.8y\leq 40:$$

Երրորդ տեսակի ռեսուրսի վերաբերյալ գծային սահմանափակումն է՝

$$1\cdot x+ 0.5\cdot y \geq 50:$$

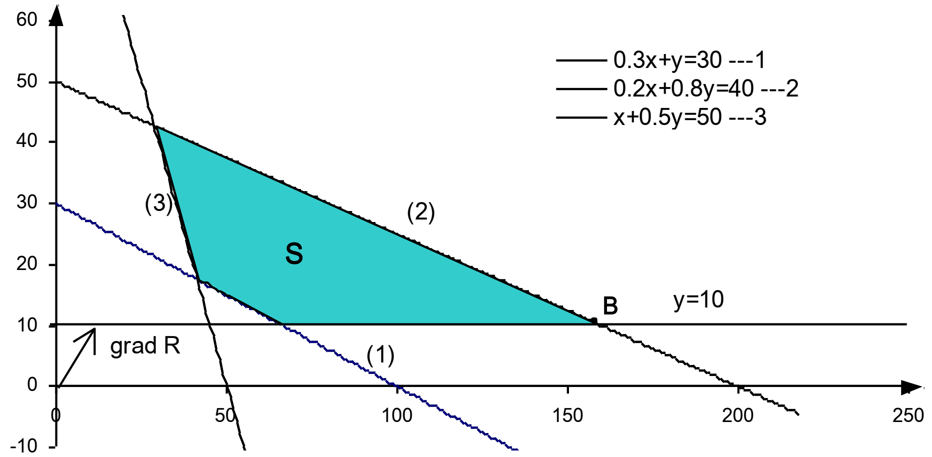
Քաղցրավենիքի պահանջարկի սահմանափակումներն են՝ $x\geq0$, $y\geq10$:

Նման եղանակով կառուցում ենք մյուս երկու անհավասարումների լուծում-ների բազմությունը՝

$0.2x + 0.8y \leq 40$

$x + 0.5y \geq 50$:

Այն կետերը, որոնք ընդհանուր են երեք անհավասարումների լուծումների բազմությունների համար կազմում են թույլատրելի լուծումների S բազմությունը (տե՛ս գծ.10):



Գծ.10

Լավագույն լուծումը գտնելու համար օգտվենք գրադիենտի եղանակից: Նպատակային ֆունկցիայի գրադիենտն է (70, 90) վեկտորը:

Կառուցենք (70, 90) կոորդինատներով վեկտորը: Ինչպես գիտենք գրադիեն-տը ցույց է տալիս նպատակային ֆունկցիայի աճման ուղղությունը: Սկզբնակե-տով տանենք $R(x,y) = 70x+ 90y = 0$ մակարդակային գիծը, որն ուղղահայաց է վեկտոր գրադիենտին և շարժվելով այդ ուղղությամբ կհասնենք B կետին, որը և մեր խնդրի լավագույն լուծումն է:

Գտնենք B կետի կոորդինատները: Դրա համար անհրաժեշտ է գտնել (2) և $y=10$ ուղիղների հատման կետը: y փոփոխականի լավագույն արժեքը արդեն հայտնի է՝ հավասար է 10 (պմ): Տեղադրելով այդ արժեքը երկրորդ՝

$0.2x + 0.8y = 40$ հավասարման մեջ կստանանք՝

$0.2x + 0.8y= 40,\ \ 0.2x + 0.8\cdot 10 = 40,\ \ 0.2x = 32 \Rightarrow x = 160$:

Նպատակային ֆունկցիայի արժեքն է՝

$$70x+ 90y = 70\times 160 + 90\times 10 = 12100 \text{ (պմ դրամ)}:$$

Պատասխան.

Ձեռնարկությունը պետք է արտադրի՝ I տեսակի քաղցրավենիք՝ 160 պմ, II տեսակի՝10 պմ և ձեռնարկության շահույթը հավասար կլինի 12100 պմ դրամ:

2. ՍՏՈՒԳՈՂԱԿԱՆ ՀԱՐՑԵՐ

1. Ձևակերպել գծային ծրագրման խնդիրը (ԳԾԽ-ը):
2. Ո՞րն է ԳԾԽ-ի թույլատրելի լուծումը:
3. Ո՞րն է ԳԾԽ-ի թույլատրելի լուծումների բազմությունը:
4. ԳԾԽ-ն արդյո՞ք միշտ մաքսիմացման խնդիր է:
5. ԳԾԽ-ի նպատակային ֆունկցիան կարո՞ղ է լավագույն արժեքն ընդունել թույլատրելի լուծումների բազմության տարբեր կետերում:
6. ԳԾԽ-ի լավագույն լուծումը արդյոք կփոխվի՞, եթե սահմանափակումների համակարգից արտաքսվեն այն սահմանափակումները, որոնք տրվում են խիստ անհավասարման տեսքով:
7. ԳԾ մաքսիմացման խնդրում լրացուցիչ սահմանափակում ներմուծելով միշտ կարելի է՝

ա) մեծացնել նպատակային ֆունկցիայի լավագույն արժեքը,

բ) փոքրացնել նպատակային ֆունկցիայի լավագույն արժեքը:

8. ԳԾ մինիմացման խնդրում լրացուցիչ սահմանափակում ներմուծելով միշտ կարելի է՝

ա) մեծացնել նպատակային ֆունկցիայի լավագույն արժեքը,

բ) փոքրացնել նպատակային ֆունկցիայի լավագույն արժեքը:

9. ԳԾԽ-ի լավագույն լուծումը նպատակային ֆունկցիայի գործակիցների փոփոխությունից չի փոխվում:
10. ԳԾԽ-ն կարող է ունենալ թույլատրելի լուծում, բայց չունենալ լավագույն լուծում:
11. ԳԾԽ-ի թույլատրելի լուծումների քանակը կարող է լինել.

ա) դատարկ,

բ) սահմանափակ,

գ) անսահմանափակ:

12. ԳԾԽ-ի լավագույն լուծումների քանակը կարող է լինել.

ա) դատարկ,

բ) սահմանափակ,

գ) անսահմանափակ:

13. Եթե ԳԾԽ-ն ունի թույլատրելի լուծում, ապա ունի նաև լավագույն լուծում:

Տնային աշխատանք

Լուծել հետևյալ ԳԾԽ-ը գծապատկերի միջոցով.

Խնդիր 1: Ձեռնարկությունը թողարկում է երկու տեսակ արտադրանք: Առաջին տեսակ արտադրանքի իրացման ծավալը կազմում է երկրորդ տեսակ արտադրանքի իրացման ծավալի 40%-ից ոչ ավելի: Երկու տեսակ արտադրանքների թողարկման համար պահանջվող հումքի մեկ ամսվա պաշարը 1000 միավոր է: Մեկ միավոր արտադրանք թողարկելու հումքի ծախսը առաջին տեսակի համար կազմում է 10, իսկ երկրորդի՝ 20 միավոր: Առաջին և երկրորդ տեսակ արտադրանքների գները համապատասխանաբար հավասար են 200 և 300 պմ-ի:

Որքա՞ն պետք է թողարկել առաջին և երկրորդ տեսակի արտադրանք, որպեսզի ձեռնարկությունը ստանա առավելագույն հասույթ:

Պատասխան. 16.67, 41.67 , 15833.33:

Խնդիր 2: Ձեռնարկությունը թողարկում է Ա և Բ երկու տեսակ արտադրանք: Ա արտադրանքի իրացման ծավալը կազմում է ընդհանուր արտադրանքի իրացման ծավալի 40%-ից ոչ պակաս:

Երկու տեսակ արտադրանքների թողարկման համար պահանջվող հումքի մեկ օրվա ծախսը կազմում է 400 պմ: Ա արտադրանքի հումքի ծախսը կազմում է 10, իսկ Բ արտադրանքի հումքի ծախսը՝ 20 պմ մեկ միավորի համար: Ա և Բ արտադրանքների գները համապատասխանաբար հավասար են 50 և 80 պմ-ի:

Որքա՞ն պետք է թողարկել Ա և Բ տեսակի արտադրանք, որպեսզի ձեռնարկության հումքի վրա կատարված ծախսը լինի նվազագույնը:

Պատասխան. 10, 15, 1900:

Խնդիր 3: Ձեռնարկությունը թողարկում է Ա և Բ երկու տեսակ արտադրանք: Ա արտադրանքի իրացման ծավալը կազմում է ընդհանուր արտադրանքի իրացման ծավալի 40%-ից ոչ պակաս:

Ա արտադրանքի հումքի ծախսը կազմում է 10, իսկ Բ արտադրանքի հումքի ծախսը՝ 20 պմ մեկ միավորի համար: Ա և Բ արտադրանքների գները համապատասխանաբար հավասար են 50 և 80 պմ-ի:

Որքա՞ն պետք է թողարկել Ա և Բ տեսակի արտադրանք, որպեսզի ձեռնարկության հումքի վրա կատարված ծախսը լինի նվազագույնը, իսկ սպասելի հասույթը 1700 պմ-ից ոչ պակաս: Պատասխան. 10, 15, 400:

Խնդիր 4: Էլեկտրոնային արդյունաբերության ձեռնարկությունը թողարկում է երկու տեսակի ռադիոընդունիչ, ընդ որում, յուրաքանչյուր տեսակի համար պահանջվում է առանձին տեխնոլոգիական գիծ: Առաջին գծի արտադրության օրական ծավալը կազմում է 800 միավորից ոչ ավելի, երկրորդ գծի՝ 100 միավորից ոչ պակաս: Առաջին տեսակի ռադիոընդունիչի թողարկման համար անհրաժեշտ է 10, իսկ երկրորդ՝ 8 միանման սխեմա: Օգտագործվող սխեմաների ամսական առավելագույն պաշարը հավասար է 4000 միավորի: Առաջին և երկրորդ տեսակների մեկ ռադիոընդունիչից ստացված շահույթը համապատասխանաբար հավասար է 100 և 60 պմ-ի:

Որոշել յուրաքանչյուր տեսակի ռադիոընդունիչների թողարկման օրական արդյունավետ ծավալը: Պատասխան. 320, 100, 38000:

Խնդիր 5: ՍՊ ընկերության արտադրանքը հանրաճանաչ դարձնելու և արտադրության ծավալը մեծացնելու նպատակով կառավարիչը որոշել է գովազդել արտադրանքը: Ընկերության բյուջեում գովազդի ծախսերին տրամադրված է ամսական 300000 պմ-ից ոչ ավելի: Ռադիոգովազդի յուրաքանչյուր րոպեն արժե 500 պմ, իսկ հեռուստագովազդինը՝ 5000 պմ: Այդ պատճառով ընկերության համար ձեռնտու է ռադիոցանցը օգտագործել հեռուստացանցից գոնե երկու անգամ ավելի հաճախ: Սակայն նախորդ տարիների փորձը ցույց է տվել, որ հեռուստագովազդի յուրաքանչյուր րոպեով ապահովվող իրացման ծավալը 2.5 անգամ ավելի է ռադիոգովազդի մեկ րոպեով ապահովվող իրացման ծավալից:

Ռադիո և հեռուստագովազդի ընդհանուր ժամաքանակը չպետք է գերազանցի 4 ժ: Որոշել ռադիո և հեռուստագովազդների համար տրամադրված դրամական միջոցների ամսական լավագույն բաշխումը: Պատասխան. 200, 40, 300:

Խնդիր 6: Ընկերությունը արտադրում է X և Y տեսակի արտադրանք՝ օգտագործելով A, B և C տեսակի հումք: Դրանց պաշարը, մեկ միավոր արտադրանքի համար օգտագործվող հումքի քանակը, վաճառքի գները և փոփոխուն ծախսերը բերված են ստորև աղյուսակներում.

Արտադրանք	A	B	C
X	4	2	5
Y	3	5	2
Պաշար	220	250	240

Արտադրանք	Վաճառքի գին / պմ մեկ / միավորի/	Փոփոխուն ծախս / պմ մեկ միավորի համար /
X	400	200
Y	500	350

Գտնել X և Y տեսակի արտադրանքի թողարկման այն ծավալը, որը մաքսիմացնում է ընկերության շահույթը: Հետազոտել ԳԾԽ-ի զգայունությունը X և Y տեսակի արտադրանքի գների նկատմամբ: Պատասխան. 40, 20, 11000:

Խնդիր 7: ՍՊ ընկերությունը արտադրում է երկու տեսակի արտադրանք՝ A և B: A տեսակի մեկ արտադրանքի վաճառքից ընկերությունը ստանում է 50 պմ, իսկ B տեսակի մեկ արտադրանքի վաճառքից՝ 80 պմ: A տեսակի մեկ արտադրանքի արտադրության համար անհրաժեշտ է 4 մարդ/ժամ և 60 պմ հումք, իսկ B տեսակի մեկ արտադրանքի համար 3 մարդ/ժամ և 70 պմ: Ընդհանուր մարդ/ժամի քանակը սահմանափակ է՝ 3500, իսկ մեկ շաբաթվա համար հումք գնելու ծախսը նախատեսված է ոչ ավելի, քան 80000 պմ:

Ինչպիսի՞ն պետք է լինի ընկերության արտադրական ծրագիրը, որպեսզի նա վաճառքից առավելագույն շահույթ ստանա:

Պատասխան. 0, 1166, 93328 պմ:

Խնդիր 8: Ընկերությունը թողարկում է սահմանափակ քանակությամբ երկու տեսակի լվացքի հեղուկ X և Y բաղկացած երեք բաղադրիչներից՝ A, B և C: X և Y

	X	Y	Պաշար / կգ./
A / գրամ /	200	400	24
B / գրամ /	500	100	25
C / գրամ /	500	300	30
1լ-ց ստացվող շահույթը /պմ/	500	400	

տեսակի լվացքի հեղուկ արտադրելու համար օգտագործվելիք A, B և C տեսակի բաղադրիչների պաշարը և հինգ լիտր արտադրանքի համար օգտագործվելիք քանակը բերված են ստորև:

X և Y տեսակի որքան հեղուկ պետք է արտադրել, որպեսզի ընկերության շահույթը լինի առավելագույնը: Պատասխան. 34.3, 42.9, 34286 պմ:

Խնդիր 9: Ընկերակցությունը արտադրում է երկու տեսակի արտադրանք ՝A և B: Ընկերակցության՝ A և B մեկ արտադրանք թողարկելու համար, վերադիր ծախսերը՝ որակյալ և միջին որակի աշխատողների համար կազմում են համապատասխանաբար 20 և 10 պմ դրամ: Որակյալ աշխատողների աշխատաժամերի քանակը ամսական 2000 ժամ է, իսկ միջին որակի աշխատողներինը՝ 2500 ժամ:

Առավելագույն պահանջարկը 1-ին տեսակի արտադրանքի համար ամսական 250, իսկ 2-րդ տեսակի արտադրանքի համար ամսական 200 միավոր է, իսկ նվազագույն պահանջարկը՝ համապատասխանաբար 50 և 100 միավոր:

Պահանջվում է կազմել այնպիսի ծրագիր, որը առավելագույնի հասցնի ընկերակցության շահույթը:

Միավորների քանակ	A տեսակի արտադրանք	B տեսակի արտադրանք	Գնացուցակ
Վաճառքի գին, /պմ/	115	120	-
Հումք /կգ/	6	4	5 պմ/ կգ
Աշխատաժամ՝ որակյալ միջին որակի	 5 10	 10 10	 3 պմ/ ժամ 2 պմ/ ժամ

Մեկ միավոր արտադրանքի վերաբերյալ մանրամասները բերված են աղյուսակում: Պատասխան. 100, 150, 12500 պմ:

Խնդիր 10: ՍՊ ընկերությունը արտադրում է երկու տեսակի փոշեհան՝ A և B: A տեսակի մեկ փոշեհանի վաճառքից ընկերությունը ստանում է 90 պմ, իսկ B տեսակի մեկ փոշեհանի վաճառքից՝ 75 պմ: A տեսակի մեկ փոշեհանի արտադրության համար անհրաժեշտ է 4 մարդ/ժամ և 40 պմ հումք, իսկ B տեսակի մեկ փոշեհանի համար 3 մարդ/ժամ և 60 պմ:

Հայտնի է, որ A տեսակ փոշեհանի իրացման ծավալը կազմում է B տեսակ փոշեհանի իրացման ծավալի 60%-ից ոչ պակաս:

Ընդհանուր մարդ/ժամերի քանակը սահմանափակ է՝ 4200, իսկ մեկ շաբաթվա համար հումք գնելու ծախսը նախատեսված է ոչ ավելի, քան 100000 պմ:

Ինչպիսի՞ն պետք է լինի ընկերության արտադրական ծրագիրը, որպեսզի նա փոշեհանների վաճառքից առավելագույն շահույթ ստանա:

Պատասխան. 467, 778, 104222 պմ:

Խնդիր 11: «ԳԳՄ» ՍՊ ընկերությունը ֆինանսների ոլորտում խորհրդատվական ծառայություններ է մատուցում ներդրման լավագույն փաթեթի ձևավորման վերաբերյալ:

Հաճախորդը ցանկանում է 27մլն դրամ ներդնել A և B արդյունաբերական ձեռնարկությունների բաժնետոմսերի մեջ երկու տիպի բաժնետոմսերից գնելով ոչ ավելի քան 6000 հատ, ընդ որում որևէ ձեռնարկության բաժնետոմսերի քանակը չպետք է գերազանցի 5000-ից:

A ձեռնարկության մեկ բաժնետոմսի արժեքը՝ 5000 դրամ է, իսկ B ձեռնարկության մեկ բաժնետոմսի արժեքը՝ 3000: «ԳԳՄ» ընկերության գնահատմամբ՝ հաջորդ տարում A և B ձեռնարկությունների մեկ բաժնետոմսից սպասվելիք շահը կազմելու է համապատասխանաբար 1000 և 750 դրամ:

Ինչպիսի՞ն է ընկերության պատասխանը իր հաճախորդին:

Պատասխան. 4500, 1500, 5625000 դրամ:

Խնդիր 12: ՍՊ ընկերությունը արտադրում է երկու տեսակի արտադրանք՝ A և B: A և B տեսակի մեկ միավորի վաճառքից ընկերությունը ստանում է համապատասխանաբար 600 և 500 պմ: A տեսակի մեկ միավորի արտադրության համար անհրաժեշտ է 5 աշխատաժամ և 1000 միավոր հումք, իսկ B տեսակի մեկ միավորի համար 8 աշխատաժամ և 600 միավոր: Ընդհանուր աշխատաժամի քանակը սահմանափակ է՝ 2000, իսկ մեկ շաբաթվա համար հումք գնելու ծախսը նախատեսված է ոչ ավելի, քան 500000 պմ: Հայտնի է, որ A տեսակ արտադրանքի իրացման ծավալը կազմում է B -ի իրացման ծավալի 20%-ից ոչ պակաս:

Ինչպիսի՞ն պետք է լինի ընկերության արտադրական ծրագիրը, որ նա արտադրանքի վաճառքից առավելագույն շահույթ ստանա:

Պատ. 400, 0, 240000 պմ:

Խնդիր 13: Ձեռնարկությունը թողարկում է երկու տեսակ արտադրանք՝ A և B: A արտադրանքի իրացման ծավալը գերազանցում է B արտադրանքի իրացման ծավալը 3 անգամ: Այդ արտադրանքների թողարկման համար պահանջվող հումքի մեկ ամսվա պաշարը կազմում է 6000 միավոր: A արտադրանքի մեկ միավորի համար հումքի ծախսը կազմում է 20, իսկ B արտադրանքի հումքի ծախսը՝ 40 միավոր: A և B արտադրանքների գները համապատասխանաբար հավասար են 300 և 700 պմ:

Ինչպիսի՞ն պետք է լինի արտադրական ծրագիրը, որպեսզի ձեռնարկության հասույթը լինի առավելագույնը: Պատասխան. 180, 60, 9600 պմ:

Խնդիր 14: Երկու տեսակի արդյունաբերական արտադրանքից յուրաքանչյուրը հաջորդաբար մշակվում է երեք տարբեր հաստոցներով:

Հաստոցները կարելի է օգտագործել օրական համապատասխանաբար 16, 24 և 18 ժամ: Աղյուսակում ներկայացված են յուրաքանչյուր տեսակի մեկ արտադրանքի մշակման ժամանակը և վաճառքից ստացված շահույթը:

Արտադրանք	Արտադրանքի մշակման ժամանակը (րոպե)			Շահույթ
	I հաստոց	I հաստոց	IIIհաստոց	
1	8	8	12	200
2	10	16	9	300

Գտեք յուրաքանչյուր տեսակի արտադրանքի թողարկման լավագույն ծավալը : Պատասխան. 20, 80, 28000 պմ:

Խնդիր 15: Ֆերմերը պետք է որոշի երկու կուլտուրաների ցանքի լավագույն համակցությունը: Նա իր տրամադրության տակ ունի՝ 70 հ վարելահող, 90 տրակտոր/ժամ, 220 մարդ/ օր աշխատանքային ռեսուրսներ:

	Ցորեն (1 h)	Կարտոֆիլ (1 h)
Բերքատվություն (g)	20	100
Տեխնիկայի ծախս (տր / ժ)	0.6	4.6
Աշխատ. ռես. ծախս (մարդ / օր)	2.0	10
1 ցենտների սպասվելիք գինը (պմ)	150	100

Մեկ սեզոնի համար յուրաքանչյուր կուլտուրայի վերաբերյալ տվյալները ներկայացված են վերը բերված աղյուսակում:

Խնդիրը լուծել ելնելով առավելագույն եկամուտ ստանալու չափանիշից:

Պատասխան. 60, 10, 280000 պմ:

Խնդիր 16: Պահանջվում է եզիպտացորենի և գարու խառնուրդով կազմել օրապահիկ խոզուկներին կերակրելու համար: Հայտնի է, որ մեկ խոզուկի օրապահիկը պետք է պարունակի 2.4 կգ կերային միավոր և 320գ պրոտեին:

Որպես խնդրի լուծման չափանիշ վերցնել նվազագույն ծախսը:

Նշված սննդանյութերի քանակը գարու և եգիպտացորենի մեջ, ինչպես նաև այդ մթերքների գները բերված են աղյուսակում:

Սննդանյութերը	Եգիպտացորեն (1 կգ)	Գարի (1 կգ)
Կերային միավոր (կգ)	0.6	0.8
Պրոտեին (գ)	100	80
Գինը (դրամ/կգ)	60	50

Պատասխան. 2, 1.5, 195 պմ:

Խնդիր 17: Կաշվե իրերի արտադրության «Նաիրի» ձեռնարկությունը, որը մասնագիտացել է ձեռնոցների արտադրության մեջ, որոշել է իր ունեցած ռեսուրսների սահմաններում արտադրել նաև կանացի պայուսակներ:

Շուկայի ուսումնասիրությունից պարզվել է, որ ձեռնոցների պահանջարկը չի գերազանցի 500 զույգից, գինը սպասվում է 3000 դրամ, իսկ պայուսակների պահանջարկն ու գինը՝ 250 պայուսակ և 9000 դրամ:

Ձեռնարկության ունեցած ռեսուրսների և ծախսերի վերաբերող տեղեկությունները բերված են ստորև աղյուսակում:

Ռեսուրսների տեսակները	Մեկ միավորի վրա ծախսը		Ռեսուրսների պաշարը
	Ձեռնոց (զույգ)	Պայուսակ	
Կաշի (մ^2)	0.4	0.8	320
Դրամ. ռես. (հազ. դրամ)	0.3	1.2	360
Կարի մեքենա/ժամ	0.5	1.2	500

Որոշել արտադրության լավագույն կառուցվածքը, իրացումից առավելագույն հասույթ ստանալու չափանիշից ելնելով:

Կփոխվեր արդյո՞ք խնդրի լուծումը, եթե

ա) կարի մեքենաների հզորությունը ավելանար 100 միավորով,

բ) պայուսակների գինը տատանվեր 8000 - 10000 դրամ,

Կատարել ստացված արդյունքների վերլուծություն:

Պատասխան. 400, 200, 30000 պմ:

ա) լուծումը չի փոխվի, բ) լուծումը չի փոխվի:

Ստորև բերված խնդիրների համար կազմել գծային ծրագրման մոդելը:

Խնդիր 18: Միջազգային բանկային կազմակերպության ներդրումների գծով կառավարիչն իր տրամադրության տակ ունի 600 մլն. պմ: Նա ուսումնասիրում է հնարավոր ներդրումների չորս տարբերակ.

1. պետական արժեթղթեր,
2. ընկերությունների արժեթղթեր,
3. սպասարկման ոլորտի ճյուղերի հասարակ բաժնետոմսեր,
4. արտադրության ոլորտի ճյուղերի հասարակ բաժնետոմսեր:

Տարեկան տոկոսադրույքը 1, 2, 3, և 4 տարբերակների համար կազմում է 6%, 8%,15%, և 12% համապատասխանաբար: Չներդրված դրամական միջոցները մնում են բանկային հաշվում և բերում են տարեկան 3% շահ:

Կառավարիչը որոշել է՝ 100 մլն. դրամից ոչ պակաս ներդնել միությունների արժեթղթերի մեջ, իսկ ռիսկի տարրերով ներդրումներ կատարել 250 մլն. դրամից ոչ ավելի: Բացի այդ, նա համարում է, որ դրամական միջոցների գոնե կեսը պետք է ներդնել հասարակ բաժնետոմսերի մեջ, իսկ ներդրումների ընդհանուր գումարի մեկ քառորդից ոչ ավելին՝ արտադրության ոլորտի ճյուղերի բաժնետոմսերի մեջ:

Կառավարիչի նպատակն է մաքսիմացնել ներդրումների վերադարձման չափը:

Խնդիր 19: «Վան» ձեռնարկության խանութը իր տրամադրության տակ ունենալով 500 $մ^2$ տարածք, 360 աշխատաժամ ռեսուրսներ և 100 հազ. դրամ շրջանառու միջոցներ զբաղվում է 4 տեսակի ապրանքների վաճառքով: Յուրաքանչյուր տեսակի միավոր ապրանքի վաճառքից սպասվող շահույթները համապատասխանաբար կազմում են 90, 70, 60, և 40 դրամ:

Ստորև աղյուսակում բերված են յուրաքանչյուր տեսակի ապրանքի միավորի ապրանքաշրջանառության վրա ռեսուրսների ծախսերը:

Ռեսուրսներ	Ապրանքի տեսակները			
	I	II	III	IV
Առևտրական դահլիճի մակերեսը	10	5	2	1
Աշխատաժամերի պաշարը	6	6	2	2
Շրջանառության ծախսերը	45	25	30	10

Գտնել, թե որ ապրանքից ինչքան պետք է վաճառի «Վան» ձեռնարկության խանութը, որպեսզի ստանա առավելագույն շահույթ: